

放物型方程式法による浅海域音波伝搬解析

倉本和興*1、神吉隆司*2

Sound Propagation Analysis in a Shallow Sea Area by Parabolic Equation Method

Kazuoki KURAMOTO and Takashi KANKI

Abstract

One of the most simple and effective ways of giving instructions to divers and preventing diving accidents is to transmit an audio signal directly in water. In such a case, it is fundamentally important to grasp the sound field in an audio frequency range and the propagation pattern at actual shallow sea area. In this study, we introduce the Parabolic Equation (PE) Method, which is an effective sound propagation analysis in the case of complex ocean environments like a coast shallow sea area, and we show the several numerical results by the PE method based on a simple analysis model. Also, we indicate the depth dependences of sound pressure level obtained in Kure Bay for each season, in summer and in winter, by calculating the PE model with each season's sound profile.

1. はじめに

水中捜査及び水中捜索において、潜水時のダイバーの安全を確保し効率的な潜水作業を行うためには、可聴音響信号を直接伝えて注意等を喚起し必要な情報を伝達するのが有効と考えられる¹⁻³⁾。その際、捜索海域における可聴周波数での音環境がどうなっているのか、いかなる形式で音波が伝搬するのかを予め把握しておくことが重要である。実海域での音環境は、船舶、沿岸域の工場など様々な音源からの音波伝搬が考えられ、その伝搬形式や伝搬経路は海面・海底反射を経ることによって極めて複雑・多岐となる。

一方で、最近のコンピュータの急速な発展により、海中での音波伝搬特性を正確にシミュレートする手法が開発されてきている^{4,5)}。本研究では、沿岸域のような複雑な海洋環境を伴った場合に有効とされる放物型方程式法 (Parabolic Equation Method) による音波伝搬解析を紹介し、浅海域をモデル海域とした幾つかの計算例を示す。又、以前に呉湾で

原稿受付 2005 年 11 月 15 日

*1 海上保安大学校 海事工学講座 kuramoto@jcga.ac.jp

*2 海上保安大学校 海事工学講座 kanki@jcga.ac.jp

測定した海中雑音の夏季、冬季における深度依存性の著しい違いを、季節によって異なる音速プロファイルを考慮した海中音波伝搬を解析することによって示し、実測データとの比較を行う。

2. 放物型方程式法

海洋内での音波伝搬の波動的解析方法には幾つかの種類が存在するが、ここでは伝搬距離方向に海洋環境が変化する領域 (Range dependent) つまり海底地形などが大きく伝搬特性に影響する浅海域の場合での解析を得意とする放物型方程式法 (Parabolic Equation Method: PE法) について述べる^{6,7)}。

海洋内の音圧 p に対する波動方程式は次式で与えられる。

$$\rho \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla p \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

ここで、 ρ は密度、 c は音速を表している。解析する海域は円筒座標 (r, θ, z) によって表すのが一般的であるが、海洋環境が方位角 θ に変化のないものとして伝搬方向を r 、深度方向を z とした2次元音場を考え、定常状態を仮定すると、次のような円筒座標系におけるヘルムホルツ波動方程式となる。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + k_0^2 n^2 p = 0 \quad (2)$$

ここで、 n は屈折率を、 k_0 は基準波数を表している。次に、海洋環境が伝搬距離 r に対して緩やかに変化すると仮定すると、音圧 $p(r, z)$ は伝搬方向のハンケル関数 $H_0^{(1)}$ と、主として深度方向の関数 ψ との変数分離形として表される。

$$p(r, z) = \psi(r, z) \cdot H_0^{(1)}(k_0 r) \quad (3)$$

式(3)を式(2)に代入し、包絡緩慢近似を施すと波動方程式は、

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + 2jk_0 \frac{\partial \psi}{\partial r} + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + k_0^2 (n^2 - 1) \psi = 0 \quad (4)$$

となる。ここで、 j は虚数単位を表す。次に、(4)式を因数分解すると次式のようなになる。

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial r} - jk_0(-1 + \sqrt{1+X}) \right\} \cdot \left\{ \frac{\partial}{\partial r} + jk_0(-1 + \sqrt{1+X}) \right\} \psi = 0 \quad (5)$$

$$X = n^2 - 1 + \frac{1}{k_0^2} \rho \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$k = \omega / c(1 + j\eta\beta), \quad \eta = (40\pi \log_{10} e)^{-1}$$

ここで、 X は深度方向の2階の微分演算子を、 k , c はそれぞれ任意位置での波数、音速を、 β は波長当たりの減衰率を表す。(5)式の2つの解はそれぞれ前進波、後退波を表しているが、海洋内においては前進波のみが支配的であるとしてそれを取り出すと次式となる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = jk_0(-1 + \sqrt{1+X})\psi \quad (6)$$

ここで、(6)式中の X を含んだ平方根は簡単に解くことが出来ないので、パデ級数展開法⁸⁾を用いて有理多項式に変形する。すなわち、

$$\sqrt{1+X} = 1 + \sum_{j=1}^n \frac{a_{j,n} X^j}{1 + b_{j,n} X^j} \quad (7)$$

$$a_{j,n} = \frac{2}{2n+1} \sin^2 \left(\frac{j\pi}{2n+1} \right)$$

$$b_{j,n} = \cos^2 \left(\frac{j\pi}{2n+1} \right)$$

となる。一例として、Pade(1,1) ($j=1$, $n=1$ の場合)を(7)式に代入すると、

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = jk_0(-1 + \sqrt{1+X})\psi = jk_0 \frac{\frac{1}{2}X}{1 + \frac{1}{4}X} \psi \quad (8)$$

となる。この(8)式に、克蘭ク・ニコルソンの陰的差分法⁹⁾を適用することにより、最終的に音圧分布 $p(r,z)$ を数值的に解くことができる。同法の詳細な導出過程および定式化の手順は文献7)を参考にされたい。

3. 計算手順

解析する海域を深度・距離の2次元の解析空間として設定し、等間隔の格子状に区切って有限差分法を用いて解析を行う。格子分割モデル図を Fig.1 に示す。この時、深度方向

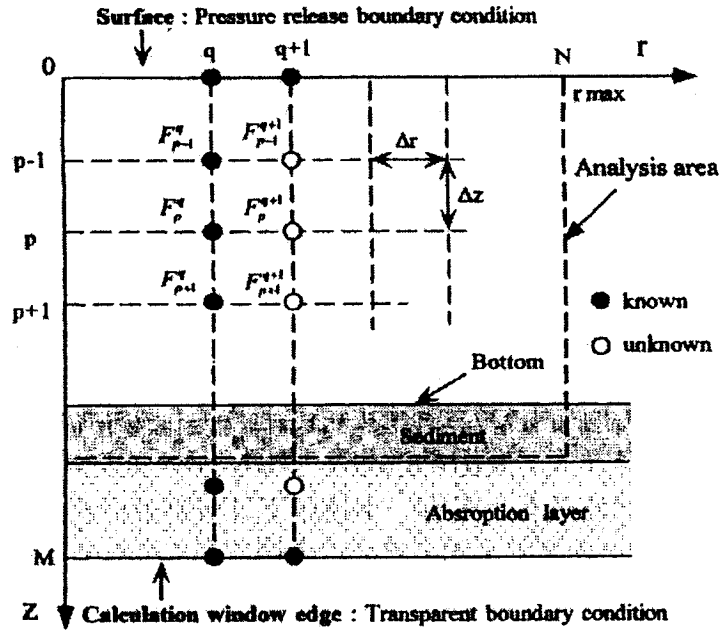


Fig.1 Analysis model of sound propagation by PE method

の刻みを Δz 、距離方向の刻みを Δr とし、深度方向の音速・密度分布を差分スキームに代入して Δr ごとに逐次計算を行って音圧分布を求める。

計算領域上端となる海面においては、海水と空気との音響特性インピーダンス差が非常に大きく空気層は完全反射体と見なせるので、海水・空気の境界においては音圧解放条件（音圧 $p=0$ ）を用いる。この条件では、境界で位相が 180° 反転することになる。次に、計算領域下端においては、海底を剛体と仮定して完全反射条件（ $\partial p / \partial r = 0$ ）を設定すると音波は海底から全反射したように計算される。しかしながら、海底構造を考えると海底の性質により反射音場は変化し、また海底には音波はある程度浸透すると考えられるので、計算領域下端を海底深度以下に設定し海底領域も含めた解析を行う。つまり、海底での計算はその音響パラメータである音速、密度、減衰率を用いて海底領域も含めた解析を行う。更に、音波が計算領域下端に達すると前述の条件では反射して音場分布に擾乱を与えることになるので、Fig.1 に示すように計算領域と境界との間に吸収層を設けて計算領域下端からの反射を抑制する。

初期音源としては、海面・海底反射を考慮し、ビームの開口角や放射角度を調整できるように拡張された以下のようなガウス音源を用いた⁴⁾。

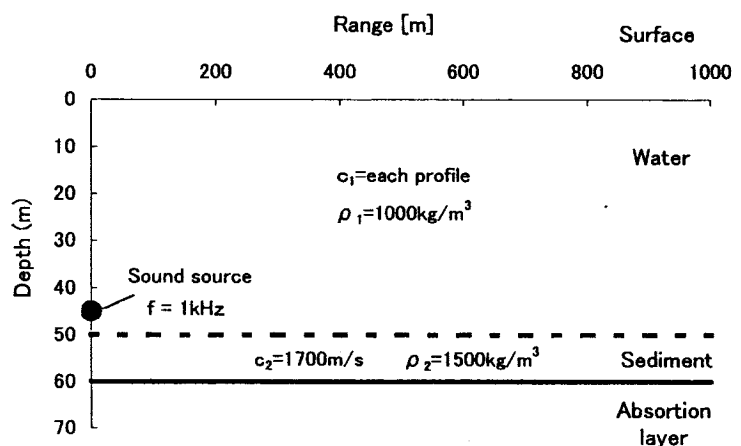
$$S(0, z) = \sqrt{k_0} \tan \theta_1 \cdot \exp\left(-\frac{k_0}{2} z^2 \cdot \tan^2 \theta_1\right) \cdot \exp(jk_0 z \cdot \sin \theta_2) \quad (9)$$

ここで、 θ_1 は音源のビーム幅を調整するものであり、 θ_2 はビームを放射する角度を表す。負が下向き、正が上向きである。 $\theta_1 = 45^\circ$ 、 $\theta_2 = 0^\circ$ の場合が一般的に用いられるガウス音源である。

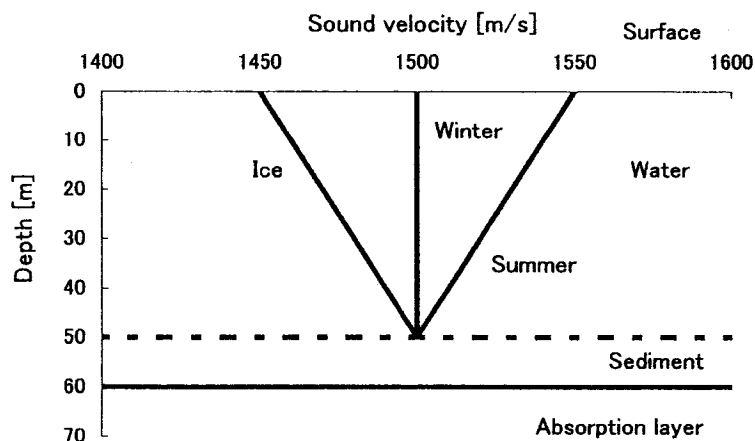
4. PE 法による音波伝搬解析結果

今回の PE 法による解析は、沿岸域のような浅海域を想定しているため、Fig.2(a)に示すような解析モデルを設定した。海域の伝搬距離は 1000 m、深度は 60 m で、伝搬方向の刻み幅は $\Delta r=20$ cm、深度方向の刻み幅は $\Delta z=5$ cm である。

ところで、海中の音波伝搬は音速によって支配されるため、深度方向の音速プロファイルを知っておく必要がある。通常、海水の音速は $c_1=1500$ m/s、密度は $\rho_1=1000$ kg/m³ とするが多いが、表層においては季節によってその水温は変化し、その結果として音速に変動が生じる。海中の音速を求めるには、以下のようなマッケンジーの式が良く知られている¹⁰⁾。



(a) Acoustic parameters of analysis sea area



(b) Sound profiles of three cases

Fig.2 Calculation model by PE method in shallow sea area

$$c(D, S, T) = 1448.96 + 4.591T - 5.304 \times 10^{-2}T^2 + 2.3749 \times 10^{-4}T^3 \\ + 1.340(S - 35) + 1.630 \times 10^{-2}D + 1.675 \times 10^{-7}D^2 - 1.025 \times 10^{-2}T(S - 35) - 7.139 \times 10^{-13}TD^3 \quad (10)$$

ここで、 T は水温[°C]、 S は塩分[‰]、 D は深度[m]である。浅海域においては塩分、深度による変動は僅かであると考えられるため、海水の温度のみの関数と見なして音速を導出すれば十分である。ここでは、夏季、冬季における海水温の実測データを参考に Fig.2(b)のような最も単純な深度方向の音速プロファイルを仮定した。また、現実的ではないが、表層に氷が張った場合の音速プロファイルも想定し、同様に解析を試みることにした。

又、浅海域においては、海底深度が浅いために海底の形状や音速・密度・減衰率といった海底の音響的な性質が音波伝搬に与える影響は大きい。ここでは、海底構造の最も簡単なモデルとして、厚さ 10m の一様な堆積層(Sediment)を仮定した。堆積層の音速は $c_2=1700$ m/s、密度は $\rho_2=1500$ kg/m³、減衰率は $\beta=0$ dB/λ とした。尚、音源は周波数 1 kHz のガウス音源を用い、音源深度は深度 5 m および 45 m の 2 ヶ所である。

夏季、冬季および氷で覆われた場合の解析結果を、それぞれ Fig.3、Fig.4 および Fig.5 に示す。解析結果は伝搬損失で表されており、図中の白い部分が音圧分布の高い部分を表している。夏季の場合(Fig.3)は、音源を深度 45 m の位置に設置しているが、音源から放射された音波は海面や海底で反射され、海底で反射する際には一部音波が堆積層に浸透している様子も見取れる。この場合、音波は Fig.2(b)に示した夏季の音速プロファイルに従い、音速の遅い場所である海底の方向に屈折する。Fig.3 の伝搬距離 r が増大した部分を見ると、

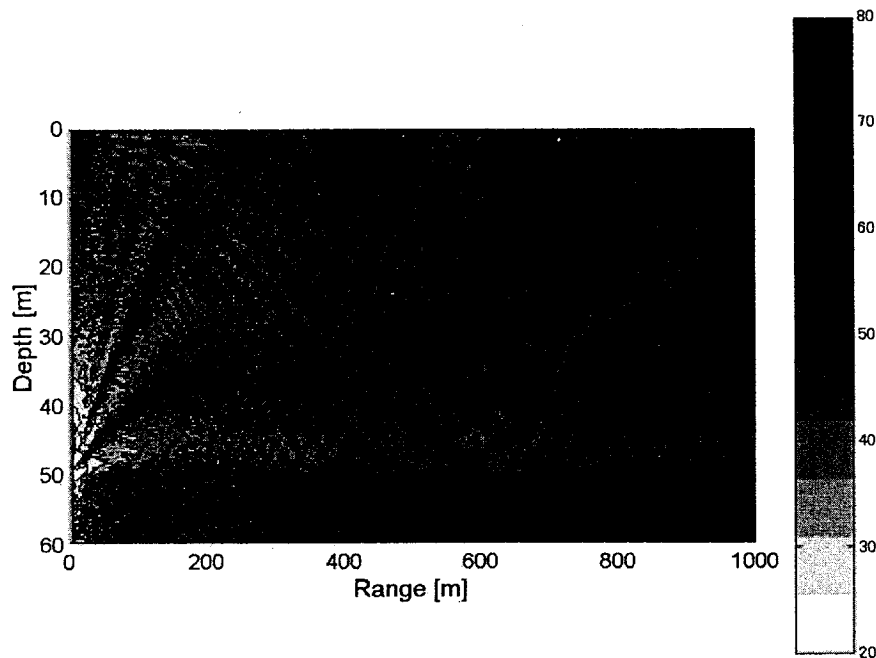


Fig.3 Calculation results of transmission loss by PE method in summer.
(Depth of sound source is 45 m)

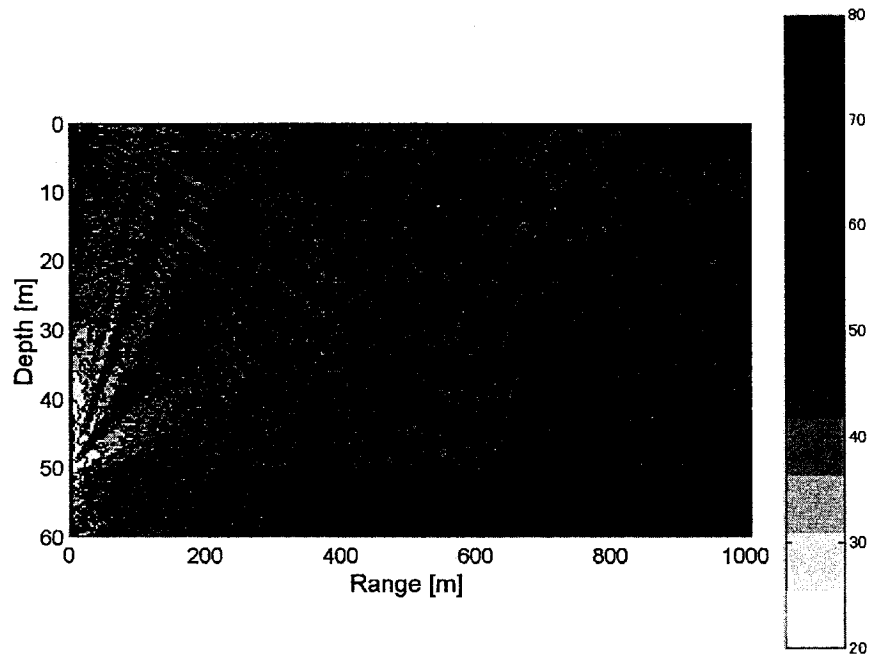


Fig.4 Calculation results of transmission loss by PE method in winter.
(Depth of sound source is 45 m)

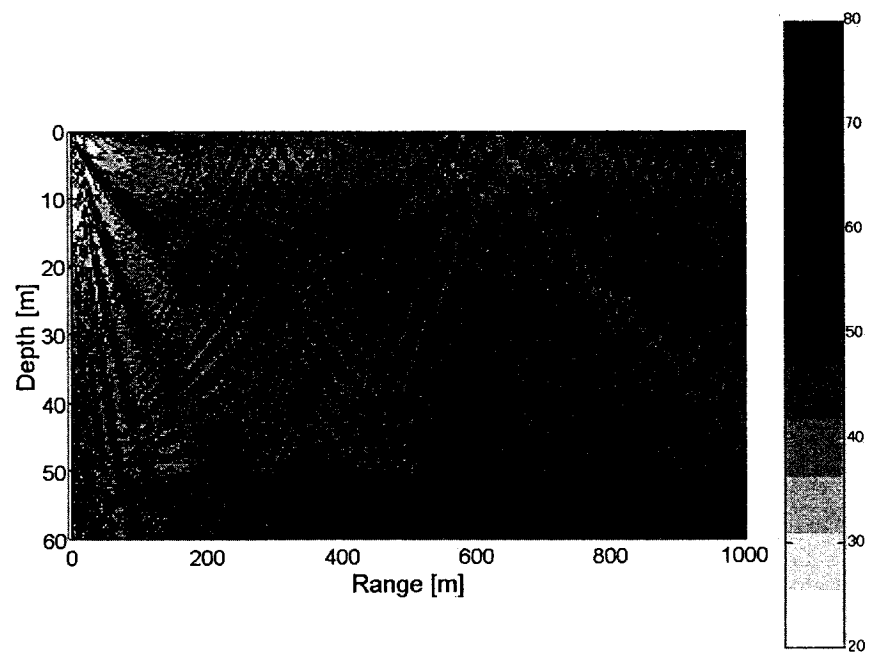


Fig.5 Calculation results of transmission loss by PE method covered with ice.
(Depth of sound source is 5 m)

海面下より海底近傍の方が音圧の高い状態が実現されているのが分かる。冬季の場合 (Fig.4)は、音源深度は同様に 45 m であるが、冬季の音速プロファイルは深度によらず一定となっているため、音源から放射された音波は屈折せず直進し、長距離伝搬時の音圧分布の深度による顕著な違いは見られない。一方、表層が氷で覆われた場合 (Fig.5)は、音速プロファイルの深度に対する傾きが夏季の場合とは逆となるため、音源から放射された音波は海面に向かって屈折する。従って、深度 5 m にある音源から放射された音波は、海面での反射を繰り返し、長距離伝搬時においても海面下で高い音圧を維持している。又、海底に向かって進んだ音波は、海底・海面での反射を繰り返し、主に海底での浸透・減衰のため音圧は低下する。その結果として、伝搬距離 r が増大するにつれて海底より海面下の方が音圧の高い結果となっている。

5. 実海域データとの比較

典型的な沿岸域の 1 つである呉湾の、同じ場所で夏季と冬季に測定された海中雑音（オーバーオール音圧レベル）の深度依存性を Fig.6 に示す。図は、深度 5 m の音圧を基準とし、それからの音圧レベル差として表されている。夏季においては、深度が増すほど海中の音圧は増大し、海面下に比べて海底近傍の方が高い音圧分布を示している。一方、冬季においては、音圧レベルの深度依存性はほとんどなく、海面下から海底までほぼ一定の音圧分布となっている。又、音圧レベルの測定時に一緒に計測された海水温の深度依存性を Fig.7 に示す。夏季には、海水の表層は日射によって暖められ、温度が高くなっている。一方、冬季には深度によらずほぼ一定である。従って、夏季、冬季のいずれも、海水温の深度依存性を反映して音速プロファイルはそれぞれ Fig.2(a)に近い状態になっていると思われる。

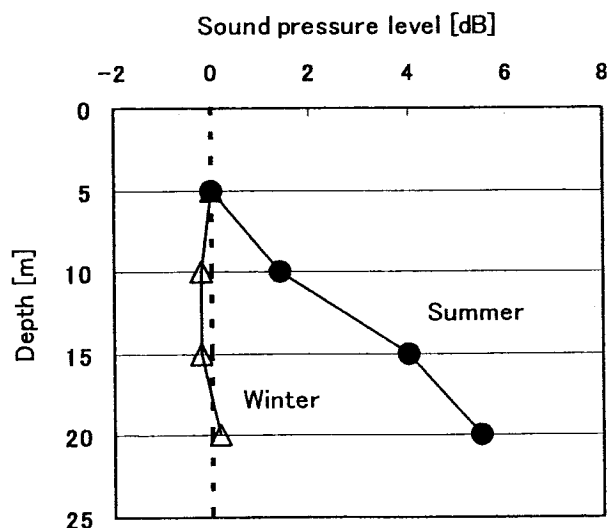


Fig.6 Depth dependences of sound pressure levels in the seasons of winter(1989_3) and summer(1989_7) at Kure Bay.

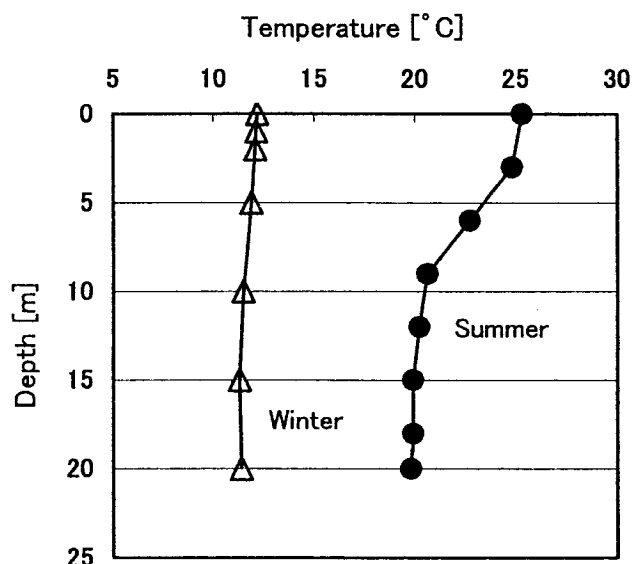


Fig.7 Temperature profiles in the seasons of winter(1989_3) and summer(1989_7) at Kure Bay.

実測により得られた浅海域の季節による音環境の違いは、季節によって異なる音速プロファイルを考慮した海中の音波伝搬を考えることにより説明される。ここで、海中雑音の音源としては、一般的には航行船舶からの放射雑音が考えられるが、特に沿岸域の場合には、陸側の造船所、工場などの作業時における振動・騒音、また列車、車などによる振動・騒音が、岸壁・海浜のみならず海底を介して海中にまで伝搬すると推測される。つまり、沿岸域では、海底付近に様々な音源が存在していると考えられる。従って、夏季における浅海域の音圧分布は、以下のように説明される。つまり、海底付近に音源が設定され、その特徴的な音速プロファイルを考慮して解析した結果 (Fig.3) に見られるように、海底近傍にダクトを形成する音波伝搬が生じるために海面下より海底近傍の方が音圧分布の高い状態になったと考えられる。一方、冬季においては、音速プロファイル一定の条件から、深度による音圧レベルの大きな違いは見られず、一様な音圧分布になったと考えられる。

6. おわりに

以前、呉湾で海中雑音を測定した時¹⁾、夏季の場合に海面下より海底近傍の方が音圧が高くなる理由は明白でなかった。本研究において、音速プロファイルの深度依存性を考慮した海中の音波伝搬を解析することで、浅海域の音波伝搬の様子が明らかとなり、更には季節による音環境の変化がある程度解明されたと考えられる。今回の計算は、単純な海域モデルで行ったが、PE法は元来複雑な海洋環境を伴った浅海域の場合での解析を得意とする解析方法である。今後、海底地形や海底構造など沿岸域特有の海洋環境の変化を取り入れた解析を進めて行く予定である。また、これまでほとんど注目されていなかった海と陸

との境界、すなわち海浜での音波伝搬 (Beach Acoustics) の研究を行う有効な解析手段になると考えられる。

参考文献

- 1) 老松建成, 桑原信也, 山口静馬, 倉本和興, “極浅海域での海中雑音に関する実験的研究”, 海洋音響学会誌 17 巻第 1 号, pp.37-39 (1990).
- 2) 山口静馬, 倉本和興, 老松建成, 桑原信也, “船舶雑音の近似的確率分布表現と実験”, 海洋音響学会誌 18 巻第 3 号, pp.146-153 (1991).
- 3) 老松建成, 倉本和興, 桑原信也, 山口静馬, “水中における聴覚の等感曲線”, 海洋音響学会誌 21 巻第 2 号, pp.103-109 (1994).
- 4) F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics*, (AIP Press, Woodbury, New York, 1990).
- 5) 海洋音響学会編, *海洋音響の基礎と応用* (成山堂書店, 東京, 2004), 第 8 章 音波伝搬, pp.86-88.
- 6) F. D. Tappert, “The Parabolic Approximation Method”, in *Wave Propagation and Underwater Acoustics*, edited by J. B. Keller and J. S. Papadakis, Lecture Note in Physics, Vol.70 (Springer, New York, 1977).
- 7) 土屋健伸, “海洋における音波伝搬: (2)放物型方程式 (Parabolic Equation) 法”, 海洋音響学会誌, 28 巻第 3 号, pp.147-154 (2001).
- 8) M. D. Collins, “A higher-order energy-conserving parabolic equation for range dependent ocean depth, sound speed and density”, J. Acoust. Soc. Am., 89, 1068-1075 (1991).
- 9) 磯田和男, 大野豊, *FORTTRAN* による数値解析ハンドブック (オーム社, 東京, 1982).
- 10) K. W. Mackenzie, “Nine-term equation for the sound speed in the oceans”, J. Acoust. Soc. Am., 70, 807-812 (1981).