

【研究ノート】

微分方程式による日本の人口変動モデル

河本直紀*

On a Model of Population Growth in Japan
with Differential Equations

Naoki Kawamoto

Abstract

In Japan, the population has been recorded from 1872. It is well known that the Malthusian model can be applied until around 1970, but afterward the growth rate is declining and the result of the model is different from the real population. We consider the time dependent growth rate and construct a more realistic model. The growth rate is approximated by linear functions of time, determined from the data. The whole period from 1872 till 2009 is divided into two parts by the year 1973. For each period we take the linear approximation of the growth rate. Our model can reproduce the population in Japan fairly well, and we can estimate the future population.

Keywords: population, Malthusian model, differential equation, linear approximation

1 はじめに

人口の推移は社会に大きな影響を与えるために、その将来予測については年齢構造を考慮に入れた精緻な分析に基づく計算がなされているが[3]、ここでは比較的簡単な方法による予測も可能であることを述べたい。

人口の変動に関する数学的モデルとしてはマルサスによるものがよく知られている[1,2]。すなわち、人口の増加率はそのときの人口に比例するというものを基本的な関係式として採用して、これに基づいて微分方程式を立てると、解として指数関数が得られる。日本の場合に当てはめると明治の中頃から1970年代初めまでの人口増加をかなり良く再現している。しかしながら指数関数であることからその後の増加率の減少、現在の人口の減少からは乖離している。ここではマルサスモデルを修正して増加率の時間変化をも考慮すること

により、現在の日本の人口減少までを比較的精度良く再現出来ることを述べたい。またこれを用いて将来予測を行うと公的な予測[4]と比較しても精度は悪くないと思われる。

2 モデル化

人口変動の一つの単純な見方としては人口の総数を時系列データとして扱い、過去の変動の様子から自己回帰モデルを作成して、それを延長して将来予測を行うことが考えられる。しかしながら、この方法では因果関係が隠されてしまっていて変動の仕組みが表面的には分かりづらい。人口の変動は出生数と死亡数という2変数の差で生じるので、これらの変数を増減数としてまとめた方式を考察する。さらに細かく年齢階層別の分析も行われているが、ここでは簡略な方式として人口全体での増減のみを考えることとする。

Received November 15, 2011

*海上保安大学校 kawamoto@jcga.ac.jp

古典的なマルサスモデルを微分方程式で表わしておく。 t を時刻、実際には年とし、そのときの人口を $p=p(t)$ とすると方程式は

$$\frac{dp(t)}{dt} = c \cdot p(t)$$

となる。ただし、通常のマルサスモデルでは c は定数である。 c は単位あたりの人口の増加率であるが出生率と死亡率の差として表わされることもある。このとき解は

$$p(t) = a \cdot \exp(c \cdot t)$$

となる。ただし、 a は定数である。ここで a と c をうまく選べば 1970 年代初めまでの人口増加の様子を再現できることは上で述べた通りである。

この古典的なモデルの修正版を考えるのであるが定数 c を t の関数 $q(t)$ で置き換えることとする。すなわち増加率の時間変化を考慮することにする。このとき方程式は

$$\frac{dp(t)}{dt} = q(t) \cdot p(t)$$

となる。関数 $q(t)$ の具体的な形については後で述べるが、過去のデータから決定する。これによって日本の人口変動をモデル化することを試みる。

3 過去の人口変動

総務省統計局の明治 5 年(1872 年)から平成 21 年(2009 年)までのデータ[5]により過去の人口変動から基本的な情報を取り出しておく。まず、日本の人口は約 140 年の間に次のように変化している。

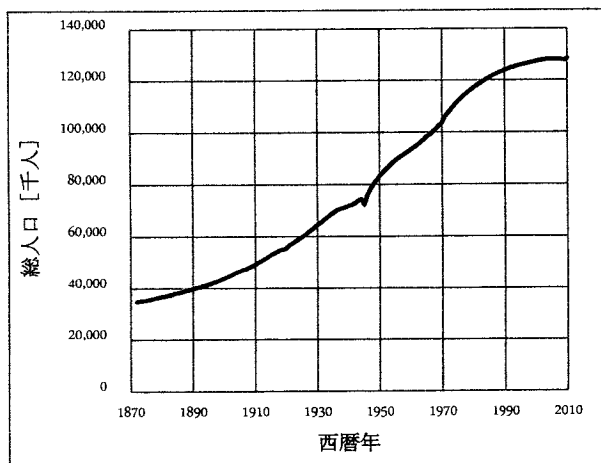


図 1 日本の人口

この図によると 1970 年代初めまでは、戦争等による減少もあるが、おおまかにはマルサスモデルの示すように指数関数的に増加している。しかしながら、その後は増加の割合が減少して総数としても減少が始まっている。

さらに詳しく毎年の出生数を見ると次のように

なっている。

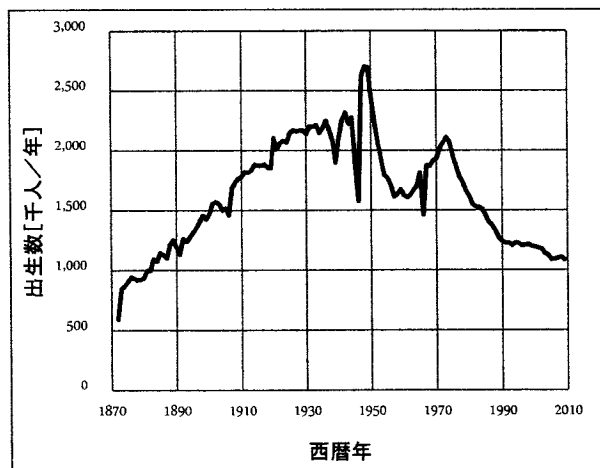


図 2 年間出生数

また毎年の死亡数について見ると次のようになっている。

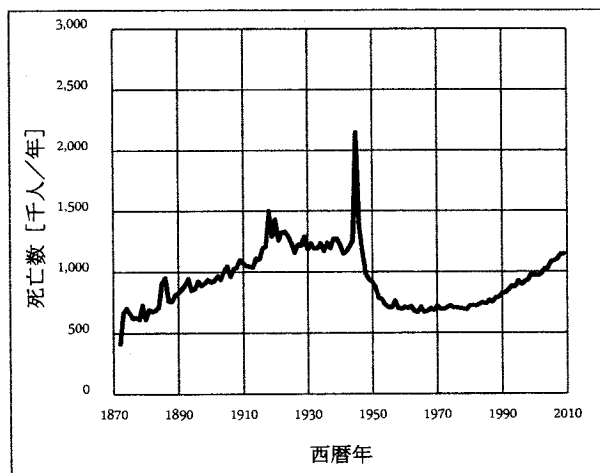


図 3 年間死亡数

毎年の人口の増減の積み重ねが総人口の変化として現れるので、毎年の人口増減、より正確には出生数と死亡数の差である自然増減の変化を取り上げると次のようになる。

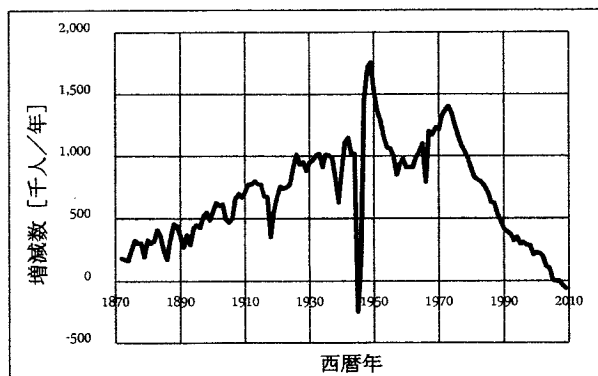


図 4 年間自然増減数

上のグラフより分かるように、第二次世界大戦、および戦後の第一次ベビーブームによる大きな変動はあるが 1973 年までは全体的傾向としては増

加である。しかしそれ以後は顕著な増加は無くなって、ほぼ単調に減少している。これに対応して総人口も増加の割合が減少していることが分かる。このことから1973年が日本の人口のターニングポイントといえそうである。

さらに、移住等の社会増減も考慮すべきではあるが、統計局のデータ[5]では太平洋戦争に伴う短期間の変動を除くと日本の場合には長期的には大きな値となっていないので、ここでは社会増減については考慮しないこととする。

4 変化率

前節では絶対数の変動を見たが、さらにより詳しく総人口に対する変化率も見ておきたい。自然増減の総人口に対する割合を計算してグラフにすると次の図5ようになる。

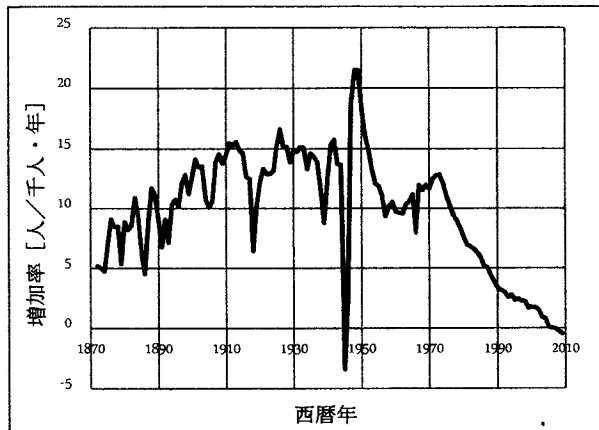


図5 年間増加率

このグラフによれば戦後の第一次ベビーブームの時期を除くと増加率のピークは意外なことに昭和元年(1926年)にある。このことは通常あまり言及されることは無いが、いわゆる少子化傾向は長期的には昭和の初めから始まっていたといえそうである。さらなる憶測をすれば日本社会の近代化が全体的には大正末に成し遂げられたということではなかろうか。

過去のデータに基づく定式化を考えると、図5のグラフをどのように解釈して数式化するかということが問題となる。増加率についてはこれを出生率と死亡率に分ける方が、より詳しい分析が可能となるのであるが、ここでは簡略化のために増加率のままで考える。では、このグラフをどのような直線あるいは曲線で近似するかということが問題となる。一つの式で全体を表わすとしてもさまざまな方式が考えられ、試行もいくつか行って結果の比較もしてみた。それらを勘案して、ここでは極めて簡単な方式として期間を2分割して、それぞれを直線で近似する方法を採ることと

した。

上で述べたように1973年が一つのターニングポイントと考えられることからそれ以前とそれ以後とをそれぞれ直線で近似してみる。最小二乗法により回帰直線をそれぞれ求めてグラフにすると次のような点線になる。

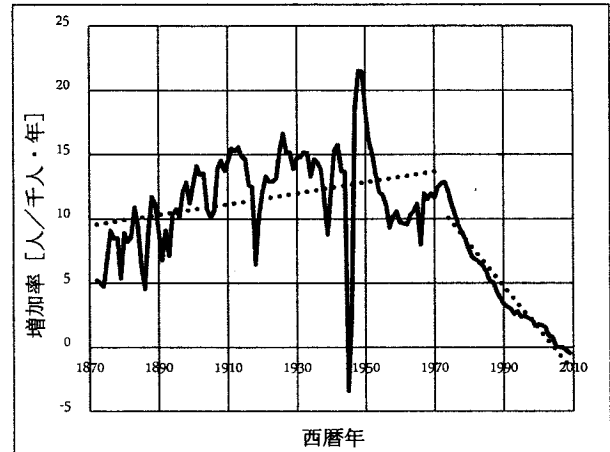


図6 増加率の直線による近似(点線)

これはかなり粗い近似であるが長期的な傾向は捉えていると思われる。この2種の回帰直線によって定まる増加率を用いて人口の変動モデルを作りグラフを点線で表して、図1と重ねると次の図7が得られる。モデルを表わす式の詳細については後で述べるが、このモデルでは1973年を基準年としていてこの年で実際の人口と一致させている。増加率の近似は粗いものであったが、長期的な変動についてはかなり良く再現されていると思われる。

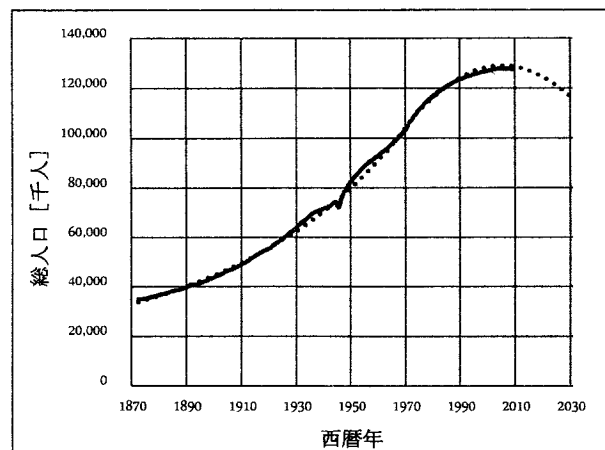


図7 モデル化した人口変動(点線)

なお上のグラフでは増加率の近似を線形に延長して、それによる2030年までの人口の予測も加えている。

日本の人口の将来予測については、国立社会保障・人口問題研究所による詳しい推計がある[3]。

それによると 2055 年までの推計と 2105 年までの推計の 2 種類があってそれぞれ出生について高位、中位、低位、死亡についても高位、中位、低位、の組み合わせで推計が行われている。その中で、ここで 2055 年までの出生中位（死亡中位）の将来推計[4]と上で作ったモデルによる値とを比較すると次のようになる。

年	将来推計	モデル値 (単位千人)
2010 年	127,176	128,458
2020 年	122,735	124,214
2030 年	115,224	116,178
2040 年	105,695	105,093
2050 年	95,152	91,932

これで見ると 2030 年、2040 年では推計値とモデル値の差は 1%以下であり、両者はかなり近い値を示している。2050 年ではモデル値は推計値に対して-3.4%である。なお、2050 年では出生低位（死亡高位）のときの推計値は 88,326、出生高位（死亡低位）のときの推計値は 103,603（単位千人）[3]となっていて出生中位（死亡中位）の推計値に対してはそれぞれ-7.2%、+8.9%となっている。

5 微分方程式

ここで図 7 のモデルの数式による表現について述べる。増加率を直線とした人口変動モデルは、増加率が一次式であるということから微分方程式で表わすと次のようになる。

$$\frac{dp(t)}{dt} = (a \cdot t + b) \cdot p(t)$$

すなわち増加率を表わす式は

$$q(t) = a \cdot t + b$$

となる。ただし、 t は西暦の年数、係数 a , b は 1973 年の前後で異なっていて、有効数字を 6 桁とすると次のようになっている。

期間	1872 年～1973 年	1973 年～2009 年
a	0.0421807	-0.331195
b	-69.4094	663.839

初期値としては 1973 年の人口 1 億 910.4 万人を採り、図 7 ではこれを基準としてそれ以前、およびそれ以後に延長した。

微分方程式としては簡単なものであるが、その結果は上のグラフから分かるように一応満足できるものであろう。マルサスモデルの修正版としても単純なものではあるが、区分的に増加率の直線

近似を考えることにより定数モデルでは再現できない増減が再現できることになり、それなりの利用法はあるものと思われる。

6 課題

ここで述べた区分的近似は現象面からの要請であるので、なんらかの法則に基づくものではないが、増加率の時間的变化が人口変動を引き起こしていることを見ることは出来るであろう。

また、増加率の区分的直線近似モデルでは区間の定め方、基準年の取り方に自由度がある。ここでは 1973 年が人口変動の変曲点にあたと解釈して、それ以前、それ以後という 2 分割を行ったが、この他にもさまざまな取り方が考えられる。増加率の近似についても異なる方式も考えられるかと思うが、なるべく簡単な方式ということで上のような方式を採った。例えば、出生率、死亡率についてもそれぞれ固有の変化があるので、それぞれの近似結果を用いて増加率を設定する方が、因果関係はより明確になるが、細かい変動を追うとかえって全般的な傾向が分かりづらくなる可能性もある。

人口学では年齢構造を考慮して男女別、年齢階層別にそれぞれ出生数、死亡数を算出して精密な人口推計をするが[2]、全体的な傾向を見るのであれば上で述べたような簡便な方式でもかなりの精度があるのではと思われる。

参考文献

- [1] 稲葉 寿、「数理人口学」、東京大学出版会、東京、2002
- [2] 岡崎陽一、「人口統計学（増補改訂版）」、古今書院、東京、1999
- [3] 国立社会保障・人口問題研究所、日本の将来推計人口（平成 18 年 12 月推計）
<http://www.ipss.go.jp/syoushika/tohkei/suikei07/suikei.html>
- [4] 国立社会保障・人口問題研究所、日本の将来推計人口（平成 18 年 12 月推計）将来推計人口 2006～2055 年、表 1 出生中位（死亡中位）推計
<http://www.ipss.go.jp/syoushika/tohkei/suikei07/houkoku/kekka-1/1-1.xls>
- [5] 総務省統計局、日本の長期統計系列、第 2 章人口・世帯 2-1 男女別人口・人口増減及び人口密度（明治 5 年～平成 21 年）
<http://www.stat.go.jp/data/chouki/zuhyou/02-01.xls>