最適制御を行う船用オートパイロットの定常針路偏差の除去方法

【論文】

最適制御を行う船用オートパイロットの定常針路偏差の除去方法

松田 真司*

Elimination Method of the Stationary Course Deviation of the Autopilot Using Optimal Control

Masashi Matsuda

Abstract

The ocean-going ship is equipped with autopilot. The autopilot mainly determines its rudder angle based on optimal control theory. However, the autopilot which based on it theory cannot set a course deviation to zero, if the vessel under voyage receives stationary disturbance (wind and tidal current). This is because the optimal control autopilot is not take account of external force for the performance index that causes stationary course deviation. In this paper, the author proposed about the solution of the problem and described the result of the simulation.

Key Words: ARX model, Stationary deviation, Autopilot

1 はじめに

大洋を航行する船舶にはオートパイロットが装備されている。船舶のオートパイロットにも最近の燃料費の高騰、CO_2 排出規制等から従来型より高い省エネルギー効果が求められるようになった。省エネルギー効果を高めるための方法の一つが船の動特性をオンラインでシステム同定し、最適制御を行うオートパイロットを利用することである。最適制御を行うためには船の動特性を表す運動モデルとモデリング手法が必要であり、それぞれTKモデル、ARXモデル(Auto Regressive eXogenous model)などがある [1),2)]。

ところで、風、潮流などの外乱を受けて航行中の船舶が最適制御を行うオートパイロットによって自動操舵すると針路偏差に定常偏差（これを定常針路偏差という。）が生じることがある。

この原因は最適フィードバックゲインを求めるために用いる評価関数に定常偏差をなくす舵角項を入れると評価関数の値が発散するからである [3)]。本稿ではこの問題を解決できる方法を提案し、シミュレーションの結果について述べる。

2 船用オートパイロットの設計

2.1 制御モデル

船舶の動特性のモデリング手法としてARXモデルを用いる。図1に示す1入力1出力システムのARX モデルで入力を$y(z)$、出力を$x(z)$、外乱を$w(z)$ とすると、シフトオペレータ (shift operator)zを用いると(1)式のように表すことができる。

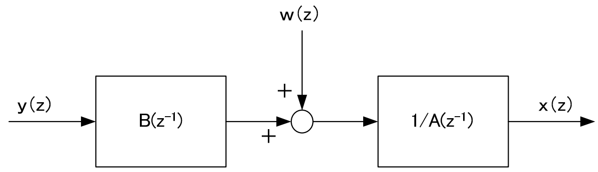

図 1 ARX モデル

$$x(z) = \frac{B(z^{-1})y(z) + w(z)}{A(z^{-1})} \tag{1}$$

ここで、

$A(z^{-1}) = 1 - a_1 z^{-1} - \cdots - a_M z^{-M}$

$B(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + \cdots + b_M z^{-M}$

a, b ：モデルの係数

M ：モデルの次数

w(z)：外乱

である。

また、(1)式の両辺に$A(z^{-1})$をかけ、zとして時刻を表す記号nを用いて同式を展開すると、

$x(n) = x(n-1)a(1) + \cdots + x(n-M)a(M)$

Received May 31, 2012

* 海上保安大学校、 matsuda-a2c6@jcga.ac.jp

$$+y(n-1)b(1)+\cdots+y(n-M)b(M)+w(n) \qquad (2)$$

と表現でき(1)式は(3)式のようになる。

$$x(n)=\sum_{j=1}^{M}a(j)x(n-j)+\sum_{j=1}^{M}b(j)y(n-j)+w(n) \qquad (3)$$

ここで、$x(n)$を被制御変数として針路偏差、$y(n)$を制御変数として指令舵角（或は実舵角）とすると舶用オートパイロットの制御モデルとして扱うことができる。

2.2　定常針路偏差が考慮されない最適フィードバックゲインの算出

時刻$n-1$からさかのぼって$x(n-1), x(n-2)\cdots$のように$x(n)$の過去の値が得られたと考えると、$x(n), x(n+1), \cdots$のような将来の値に線形に関係する情報は、$x(n-1), \cdots, x(n-M)$によって推定することができる。

(3)式の制御モデルによる最適フィードバックゲインを求めるために、状態変数ベクトル$Z(n)$を(4)式で定義すると、

$$Z(n)=\begin{bmatrix} z_0(n) \\ z_1(n) \\ \vdots \\ z_{M-1}(n) \end{bmatrix} \qquad (4)$$

で表わされ、(5)と(6)式で状態空間が表現できる。

$$Z(n)=\Phi Z(n-1)+\Gamma y(n)+W(n) \qquad (5)$$
$$x(n)=HZ(n) \qquad (6)$$

ここで、

$$\Phi=\begin{bmatrix} a(1) & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a(2) & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ a(M-1) & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ a(M) & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma=\begin{bmatrix} b(1) \\ b(2) \\ \vdots \\ b(M-1) \\ b(M) \end{bmatrix}, \quad W(n)=\begin{bmatrix} w(n) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$H=[1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]$$

Φ:状態遷移マトリクス
Γ:制御ベクトル
H:観測ベクトル
$W(n)$:外乱ベクトル

である。

(5)、(6)式のような状態空間表現で動くシステムについて、制御入力$y(n)$の良さを評価する為に与えられた区間の長さI(本稿では I=1500)をとって 2 次評価関数(Quadratic Performance Index) $J(I)$を考える。

$$J(I)=E\{K(I)\} \qquad (7)$$

$$K(I)=\sum_{n=1}^{I}\left\{Z^T(n)QZ(z)+y^T(n-1)Ry(n-1)\right\} \qquad (8)$$

ここで、Q, Rは非負行列で特にRは正方行列とする。$Z^T(n), y^T(n-1)$はそれぞれ$Z(n), y(n-1)$の転置によって得られる横ベクトル、E は確率論的な平均値を示す。

$K(I)$を与える(8)式の右辺第 1、第 2 項はともに非負の値をとり、これらはそれぞれシステムの状態の完全停止状態$Z(n)=0$からの針路偏差及び指令舵角に基づく損失の大きさを示している。Iに対して$J(I)$を最小にするような$y(n)$の列が最適制御入力を与える。

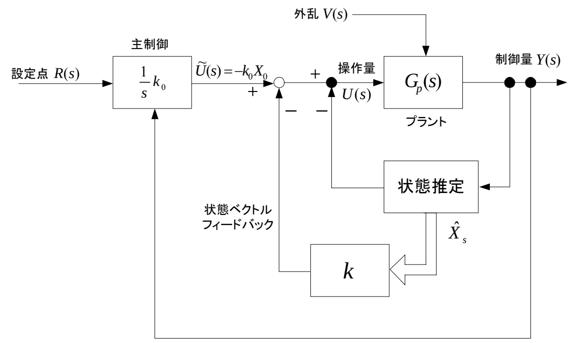

図２　状態ベクトルフィードバックを含むアナログ制御系[3)]

しかし、(8)式を図 2 に示すような積分制御($1/_{S}\,k_0$)を含む制御系に適応すると、積分動作の出力(操作量)の直流成分により$J(I)$が発散する[3)]。同じく舶用オートパイロットの制御系でも定常的な外乱により積分動作の出力が現れ、指令舵角$y(n)$による定常針路偏差をなくすための最適フィードバックゲインを求める場合$J(I)$が発散する。この問題を解決するために(9)式のように 2 次評価関数を変更する[4)]。

$$K(I)=\sum_{n=1}^{I}\{Z^T(n)QZ(n)+y^T(n)Ry(n)$$
$$+(y(n-1)-y(n-2))^T F((y(n-1)-y(n-2))\} \qquad (9)$$

変更によって(9)式の右辺の第３項が舵角の変化を抑える評価項となり積分舵の役割を果たす。こ

こで、Fは非負ベクトルである。

$J(I)$を最小にするような$y(n),(n=0,1,\cdots M-1)$を求めるには、よく知られている動的計画法(DP法)の最適性の原理を利用する。DP 法では各制御段における最適フィードバックゲイン行列(g)は制御区間の最終制御段から第 1 制御段に向けて逆順序で順次に求められ、(9)式の I を大きな値にとれば最適フィードバックゲインgは一定値に収束する。

(9)式の評価関数を(10)式のように変形し、DP 法で 2 次評価関数は、

$$J(I)=E\left[\sum_{n=1}^{I}\left[\begin{bmatrix}Z^T(n) & y^T(n-1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}S(n) & P(n)\\ P^T(n) & R(n)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}Z(n)\\ y(n-1)\end{bmatrix}\right.\right.$$
$$\left.\left.+(y(n-1)-y(n-2))^T F(n)(y(n-1)-y(n-2))\right]\right]$$
$$S(n)=\begin{bmatrix}Q(n) & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},P(n)=\begin{bmatrix}0\\0\\ \vdots\\0\end{bmatrix} \tag{10}$$

となり、最適フィードバックゲイン行列gを求めると、最終的には(11), (12), (13)式のようになる。

$$S(i)=S+\Phi^T(S(i-1)-(S^T(i-1)\Gamma+P(i-1))(\Gamma^T S(i-1)\Gamma$$
$$+\Gamma^T P(i-1)+R(i-1)+F)^{-1}(\Gamma^T S(i-1)+P^T(i-1)))\Phi \tag{11}$$

$$P(i)=P+\Phi^T(S^T(i-1)\Gamma+P(i-1))(\Gamma^T S(i-1)\Gamma$$
$$+\Gamma^T P(i-1)+P^T(i-1)\Gamma+R(i-1)+F)^{-1}F \tag{12}$$

$$R(i)=F+R-F^T(\Gamma^T S(i-1)\Gamma+\Gamma^T P(i-1)$$
$$+P^T(i-1)\Gamma+R(i-1)+F)^{-1}F \tag{13}$$
$$(i=0,1,\cdots,I-1)$$

したがって、$S(0)=S,R(0)=R,P(0)=P,F(0)=F$からスタートして逐次最適フィードバックゲインを求めると、

$$g(i)=-(\Gamma^T S(i-1)\Gamma+P^T(i-1)\Gamma+\Gamma^T P(i-1)$$
$$+R(i-1)+F)^{-1}(\Gamma^T S(i-1)\Phi+P^T(i-1)\Phi) \tag{14}$$

$$g_T(i)=(\Gamma^T S(i-1)\Gamma+P^T(i-1)\Gamma$$
$$+\Gamma^T P(i-1)+R(i-1)+F)^{-1}+F \tag{15}$$

となる。$I-1$ステップでは、$g(i)$はベクトルで$g_T(i)$はスカラとなる。gの長さはゲイン計算に使用したモデルの次数と同じであり、安定システムであれば負の値を持ち、逆に$g_T(i)$は正の値である。

モデルの最適フィードバックゲインを用いての最適制御量は、現在の時刻をnとし、(5)式の状態空間表現を用いると、

$$y(n)=gZ(n)+g_T y(n-1) \tag{16}$$

によって計算される。

しかし、(16)式で計算される制御入力を用いたオートパイロットでは$g_T y(n-1)$により積分動作は見られるが、完全に定常針路偏差を除去することはできない。この原因は現在の時刻をnとすると$(n-1)$時刻の指令舵角のみが時刻nの時積分動作の制御量として反映されるからと考えられる。

3 定常針路偏差を考慮した制御入力及びモデル係数の算出

3.1 制御入力の算出

定常的な強い風、潮流など外乱を受ける船舶の定常針路偏差を除去するため、定常針路偏差を考慮した制御モデルと操舵角計算式を(17)、(18)式に示す。

$$x(n)=\sum_{j=1}^{M}a(j)x(n-j)+\sum_{j=1}^{M}b(j)y(n-j)+\mu+v(n) \tag{17}$$

$$y(n)=g_T y(n-1)+\sum_{j=1}^{M}g(j)x(n-j)+\delta_s+v(n) \tag{18}$$

ここで、

μ：定常針路偏差

g_T：制御ゲイン

$g(j)$：最適フィードバックゲイン

$v(n)$：正規分布外乱　$N(0,\sigma^2)$

δ_s：定常針路偏差除去のための制御入力

である。

定常針路偏差を除去するための制御入力δ_sを求めるために(17)式と(18)式の両辺の期待値をとり、$x(n),y(n)$の期待値をそれぞれ$\bar{x}$及び$\bar{y}$とおく。

$$\bar{x}=\sum_{j=1}^{M}a(j)\bar{x}+\sum_{j=1}^{M}b(j)\bar{y}+\mu \tag{19}$$

$$\bar{y}=g_T\bar{y}+\sum_{j=1}^{M}b(j)g(j)+\mu \tag{20}$$

$x(n)$の定常針路偏差を 0 とするために$\bar{x}=0$とおくと、

$$0=\sum_{j=1}^{M}b(j)\bar{y}+\mu \tag{21}$$

$$\bar{y}=g_T\bar{y}+\delta_S \tag{22}$$

となり、(22)式より$\bar{y} = \delta_S/(1-g_T)$となるので(23)式が定常針路偏差を除去するための制御入力になる。

$$\delta_S = -\frac{1-g_T}{\sum_{j=1}^{M} b(j)}\mu \tag{23}$$

δ_Sを制御入力(18)式に代入すると定常針路偏差を補償した最適フィードバック制御系となる。

3.2 モデルの係数a, bの算出

最適制御を行うためには(3)式のモデル係数a, bを用いて状態空間表現が必要である。そのために(24)式に示す野本[5]が提案した１次系近似式を用いて連続系伝達関数をディジタル制御で扱いやすい離散系伝達関数に変換し、ARX モデルの係数a, bを求める[6]。

$$T\ddot{\psi} + \dot{\psi} = K\delta \tag{24}$$

ここで、

$\ddot{\psi}$：回頭角加速度
$\dot{\psi}$：回頭角速度
T：追従性指数
K：旋回性指数
δ：舵角

である。

(24)式の伝達関数は(25)式で、離散系に変更するためにz変換を行うと(26)式の ARX モデルの伝達関数の一般形との関係から(3)式の ARX モデルの係数a, bを求めることができる。

$$G(s) = \frac{\psi(s)}{\delta(s)} = \frac{K/T}{s(s+1/T)} \tag{25}$$

$$G(z) = \frac{\psi(z)}{\delta(z)} = \frac{b(1)z^{-1} + b(2)z^{-2}}{1 + a(1)z^{-1} + a(2)z^{-2}} \tag{26}$$

連続系から離散系への伝達関数の変換はいろいろな方法があるが、本シミュレーションでは、「ゼロ次ホールド」（入力は、区分的に一定（ゼロ次ホールド）と仮定する方法）と呼ばれる方法より変換を行った。ゼロ次ホールドによる連続系伝達関数から離散系伝達関数への変換方法は、以下の式で表される。

$$G(z) = (1 - z^{-1})\mathbb{Z}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s}G(s)\right]\right\} \tag{27}$$

ここで、$\mathbb{Z}$はz変換、$\mathcal{L}^{-1}$は逆ラプラス変換である。以降、(27)式に基づき、変換を行うと(28)式のようになる。

$$G(z) = \frac{z}{(-1+z)^2} - \frac{Tz}{-1+z} + \frac{e^{-\Delta t/T}KTz}{-1+e^{\Delta t/T}z} \tag{28}$$

(28)式を(26)式のような形にすると(29)式となり、

$$G(z) = \frac{KT\left\{\left(\frac{\Delta t}{T} - 1 + e^{-\Delta t/T}\right)z^{-1} + \left[1 - e^{-\Delta t/T}\left(1 + \frac{\Delta t}{T}\right)\right]z^{-2}\right\}}{1 - (1 + e^{-\Delta t/T})z^{-1} + e^{-\Delta t/T}z^{-2}} \tag{29}$$

(29)式を(26)式に対応させるとモデルの係数a, bは、

$$a(1) = -1 - e^{-\Delta t/T} \tag{30}$$

$$a(2) = e^{-\Delta t/T} \tag{31}$$

$$b(1) = KT\left(-1 + e^{-\Delta t/T} + \frac{\Delta t}{T}\right) \tag{32}$$

$$b(2) = KT\left\{1 - e^{-\Delta t/T}\left(1 + \frac{\Delta t}{T}\right)\right\} \tag{33}$$

となる。

シミュレーション対象船の制御に用いる制御モデルの T, Kを$T = 7.0$[s], $K = 0.15$[1/s]とし、ΔTを1.0[s]とした場合、a, bの係数はそれぞれ、

$a(1) = -1.8668779$
$a(2) = 0.8668779$
$b(1) = 0.010222$
$b(2) = 0.009747$

となる。

4 シミュレーションによる比較

提案した定常針路偏差除去方法の有効性を確かめるために「操縦運動の数学モデル検討グループ」が推奨する MMG モデル[7] を利用し、比較シミュレーションを行った。対象船の主要目を表 1 に示す。

表 1　対象船の主要目

Principal Dimensions		
Length between perpendiculars	(Lpp)	46.0 (m)
Breadth	(B)	10.0 (m)
Draft	(d)	2.8 (m)
Gross tonnage	(tons)	425.0 (tons)

定常針路偏差を発生させるために外乱として船首方向からの相対風向30.0[°]の変動風を用いた。変

動風は Davenport のスペクトル [8]を持つ風を採用し、平均風速は 10.0[m/s]を想定している。また、変動風はシミュレーション開始後 60[s]から入力した。Davenport のスペクトル$F_u(f)$は(34)式で示される。

$$\frac{fF_u(f)}{U_W^2} = 2k_r \frac{X_D^2}{(1+X_D^2)^{4/3}} \tag{34}$$

ここで、

$X_D = 1200\,f/U_w$

U_w：基準高度における平均風速[m/s]

k_r：U_wを用いて定義した表面摩擦係数

f：周波数$[Hz]$

である。

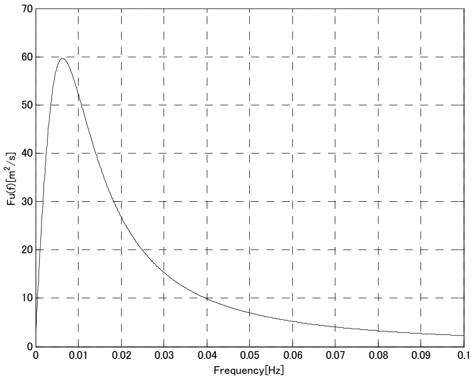

図 3　Davenport のスペクトル

通常表面摩擦係数k_rは水面上で 0.001～0.002 であるが、本シミュレーションでは 0.0015 とした。図 3 は Davenport のスペクトルを示す。また、対象船の船速は12.0[kn]、制御周期は1.0[s]である。

5 結果及び考察

シミュレーション結果を図 4,5 に示す。図 4 は定常針路偏差を考慮してない制御方式、図 5 は今回提案した定常針路偏差を考慮した制御方式の結果である。

図 4,5 ともにスタート時の針路偏差は 0[°]、外乱無しの状態である。その後、60[s]で船首方向からの相対風向30.0[°]の変動風を入力した。その結果、針路偏差が増加する。

図 4 に示す制御方式では針路偏差に 0.8[°]程度の定常針路偏差が現れていることがわかる。舵角は−0.7[°]程度で入力した変動風の影響を無くし、船を元の針路に戻せる舵角までは至っていない。

図 5 では外乱入力直後は針路偏差が増加するが、400[s]になると針路偏差が少なくなっている。定常針路偏差がなくなっている時の舵角は−0.9[°]程度で、定常針路偏差を考慮してない制御方式との差は−0.2[°]程度である。この舵角の差が定常針路偏差を除去するための制御入力である。

シミュレーション結果から定常針路偏差を除去することができたので積分舵の効果が得られたと考えられる。

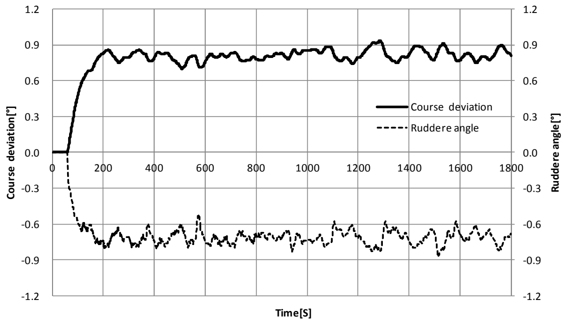

図 4　定常針路偏差を考慮してない結果

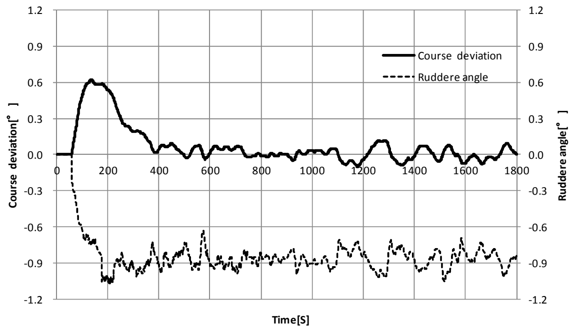

図 5　定常針路偏差を考慮した結果

6 おわりに

船舶の動特性を ARX モデルで表現し、2 次評価関数の値を最小にする最適フィードバックゲインによる最適制御を行うオートパイロットにおいて定常針路偏差項を含む制御モデル及び最適制御入力を算出する方法を提案した。定常針路偏差の除去についてはシミュレーションの結果からその有効性が確認できた。今後の課題としては実船実験による有効性の確認及び定常針路偏差を求める最適な時間間隔の決定方法などがある。

参考文献

1) 足立修一，「制御のためのシステム同定」，東京電機大学，1996.
2) Jinseok Park, Kohei Ohtsu, Genshiro Kitagawa, Batch-adaptive autopilots, International Journal of adaptive Control and Signal Processing, 14, (2000) , 427-439.
3) 高橋安人,「システムと制御」, 岩波書店, 1978.
4) 大津皓平，北側源四郎，堀籠教夫，原誠，保針

運動の統計的同定と最適操舵（続），日本造船学会論文集，143，（1978），216-224.
5) 野本謙作，船の操縦性，造船協会誌，第 424号，(1964)， 94-108.
6) 井関俊夫，大津皓平，IIR フィルタを用いた船舶操縦性指数のオンライン推定について，日本造船学会論文集，184，（1998），167-173.
7) 岡崎忠胤,最短時間自動着桟操船に関する研究,名古屋工業大学博士論文，1998.
8) 清宮理,海上風の性質とそれによるく（矩）形浮体の動揺解析，港湾技術研究所報告，19，(1980)，124-140.