

【研究ノート】

状態オブザーバと船舶の操縦モデルに関する一考察

松田 真司¹ 岡田 弘行²

A Study on State Observer and Ship's Maneuvering Model

Masashi Matsuda¹, Hiroyuki Okada²

Abstract

Conventional control theory is based on input-output relationship. Generally it is not called optimal control system. It is possible to design the optimal control system by modern control theory using the state space method. However, state space method is required precise mathematical representation for dynamic characteristics of the initial conditions. Also, it may not be possible to measure the state variables by a feedback control input as ship's autopilots. In this case, estimate the state variables using the state observer.

Ship's autopilots are mainly using TK model. In this paper, we described the state observer design method using TK model and the state estimation result

Keywords: state observer, TK model

1 はじめに

古典制御によるシステム設計は試行錯誤法に基づいているので一般的に最適制御システムと言えない。状態空間法を用いる現代制御理論を利用するシステム設計は、設計者が望む閉ループの極（特性方程式）を持つシステムまたは、与えられた性能指数に対する最適制御システムの設計が可能である。また、現代制御理論は設計者が必要であれば設計に初期条件を与えることも可能であり、計算の観点からみると状態空間法では時間領域の接近方法であるので特にデジタル計算機、本稿においてはオートパイロット操舵量計算に適合している¹⁾。しかし、状態空間法では初期条件の動特性に対する正確な数学的表現が必要である²⁾⁶⁾。船舶の動特性を表わすモデルは MMG モデル、TK モデル⁷⁾等があり、船用オートパイロットでは主に TK モデルを使用している⁸⁾。

しかしながら、船用オートパイロットのようにフィードバック制御入力によって状態変数を測定できないことがある（例えば、旋回角速度があるが、この変数はジャイロコンパスから観測できない場合がある）。従って、測定が可能ではない状態変数を推定する必要があり、有効な方法として状態オブザーバを用いることができる⁹⁾。

本稿では、TKモデルを用いて状態オブザーバを構築し、状態推定を行いその結果を提示する。また、用いた実船とモデル船のパラメータが違う時の挙動及びその対策について述べる。

2 状態空間表現について

あるシステムのモデルとなる運動方程式が微分方程式で表される時（これを数学モデルという）、行列・ベクトル表現を用いて表現することを状態空間表現という。微分方程式で表せるモデルを状態空間表現で表した場合、状態方程式はシステムの変化の様子を表す変数を含んだ状態ベクトルで構成されるため、これを解析することで入力（操作量）と出力（制御量）の間の関係のみならず、システム内部の変数の変化の様子も知ることができる。状態空間表現を(1)式と(2)式に示す²⁾。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, C = [c_1 \cdots c_n]$$

Received November 14, 2014

¹ 海上保安大学校 matsuda-a2c6@jcgga.ac.jp

² 海上保安大学校

$$x(t) = [x_1(t) \cdots x_n(t)]^T$$

ここで(1)式は状態方程式、(2)は出力方程式である。
この時 $x(t)$ を状態変数ベクトル(state variable vector)、 A はシステムの係数行列、 B は入力ベクトル、 C は出力ベクトルである。 T は転置行列を意味する。図1に状態空間表現のブロック線図を示す。

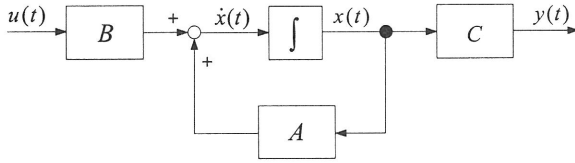


図1 状態空間のブロック図

3 TKモデルの状態空間表現

船舶の操縦性能は「入力としての舵角 δ_0 をあたえると T 秒後に出力として K 倍された角速度の定常旋回運動が起こる」といった T (追従性指数)と K (旋回性指数)の2つの定数で、運動の過渡期における船の特性を表すことができる⁸⁾。これを微分方程式で表すと(3)式ようになる。

$$T\ddot{\psi} + \dot{\psi} = K\delta \quad (3)$$

(3)式を船体運動方程式と呼び、 $\ddot{\psi}$ は旋回角加速度、 $\dot{\psi}$ は旋回角速度、 δ は舵角である。

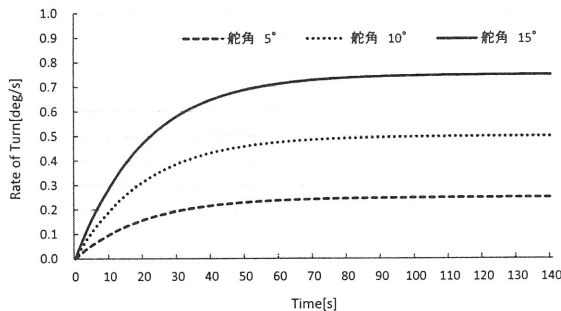


図2 舵角による旋回角速度

図2は(3)式を用いて、 $T = 20$ (s)、 $K = 0.05$ (1/s)の船舶において舵角 δ を 5° 、 10° 、 15° と取った際の旋回角速度である。

(3)式で示すTKモデルを(1)、(2)式で示す状態空間表現で表すと、状態方程式は $\dot{\psi}$ を(4)式のように定義すると、

$$x_1(t) = \dot{\psi} \quad (4)$$

(3)式は(5)式のように置き換えることができ、(6)式のような状態方程式になる。

$$T\dot{x}_1(t) + x_1(t) = K\delta(t) \quad (5)$$

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{1}{T}x_1(t) + \frac{K}{T}\delta(t) \quad (6)$$

$$\psi(t) = x_2(t) \quad (7)$$

(7)式は出力方程式である。

(6)、(7)式の状態空間表現を行列で表現するために

$\dot{x}_2(t) = x_1(t)$ と定義すると(6)、(7)式は(8)、(9)式となり、

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K}{T} \\ 0 \end{bmatrix} \delta(t) \quad (8)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

(8)、(9)式は $x(t) = \dot{\psi}$ 、 $\psi(t) = x_2(t)$ より(10)、(11)式となる。

$$\begin{bmatrix} \ddot{\psi}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi}(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K}{T} \\ 0 \end{bmatrix} \delta(t) \quad (10)$$

$$\psi(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi}(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix} \quad (11)$$

4 状態オブザーバ

状態フィードバック形式のコントローラは、すべての状態変数がセンサなどにより検出可能としているが、実際には検出可能とは限らない。

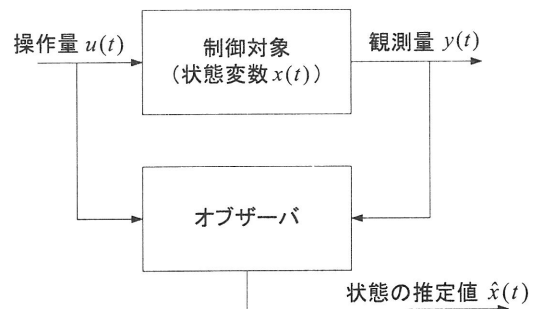


図3 状態オブザーバ

この場合何らかの方法で状態変数を推定する必要があり、観測量の時間微分を利用した状態の推定方法などがあるが、これはノイズの影響が大きいため、図3のように状態オブザーバ(観測器)を用いて制御対象の操作量と観測量から状態変数を推定す

ることができる。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (12)$$

制御対象の状態方程式が(12)式により与えられた場合は、(13)式より状態変数 $x(t)$ の推定値 $\hat{x}(t)$ を計算できる。

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) \quad (13)$$

$$y(t) = x(t) \quad (14)$$

このように制御対象(12)式の操作量 $u(t)$ のみから推定値 $\hat{x}(t)$ を計算すると推定誤差システムは

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ &= (Ax(t) + Bu(t)) - (A\hat{x}(t) + Bu(t)) \\ &= A\varepsilon(t) \end{aligned} \quad (15)$$

であり、初期の推定誤差が $\varepsilon(0) = \varepsilon_0$ である時

$$\varepsilon(t) = e^{At} \varepsilon_0 \quad (16)$$

となる。

しかし、状態変数 $x(t)$ の推定値 $\hat{x}(t)$ を用いると、以下のような問題が生じる。

- ・ A が行列安定でない (A の固有値に実部が正のものが含まれている) 場合、推定誤差 $\varepsilon(t)$ が発散してしまう。
- ・ A が安定行列である場合、 $t \rightarrow \infty$ で $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$ ($\varepsilon(t) \rightarrow 0$) とすることができるが、その収束の速さは A の固有値によって決まってしまう。

この問題は同次元オブザーバを用いることで解決できる。同次元オブザーバは操作量 $u(t)$ だけでなく観測量 $y(t)$ を利用し、観測量 $y(t)$ とその推定値 $\hat{y}(t) = \bar{C}\hat{x}(t)$ との差を利用して推定誤差 $\varepsilon(t)$ を補正するものである。同次元オブザーバを図4に示す。ここで、 $L \in \mathbb{R}^{n \times r}$ はオブザーバゲインと呼ぶ。

同次元オブザーバ(17)式を用いたとき、

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) - L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ &= A\hat{x}(t) + Bu(t) - L(y(t) - \bar{C}\hat{x}(t)) \end{aligned} \quad (17)$$

推定誤差システムは

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ &= Ax(t) - Bu(t) \\ &\quad - A\hat{x}(t) + Bu(t) - L(y(t) - y(t)) \\ &= (A + L\bar{C})\varepsilon(t) \end{aligned} \quad (18)$$

である。したがって、制御対象が安定でない場合で

あっても、 $A + L\bar{C}$ が安定行列となるようにオブザーバゲイン L を選べば、任意の $\varepsilon(0) = \varepsilon_0$ に対し

$t \rightarrow \infty$ で

$$\varepsilon(t) = e^{(A+L\bar{C})t} \varepsilon_0 \rightarrow 0 \Rightarrow \hat{x}(t) \rightarrow x(t) \quad (19)$$

となる³⁾。

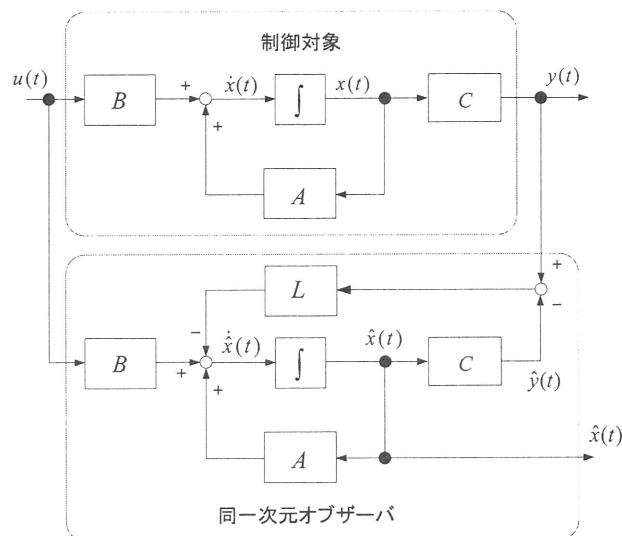


図4 同次元オブザーバ

5 状態オブザーバを用いた出力フィードバック制御

同次元オブザーバより推定された $\hat{x}(t)$ を用いて状態フィードバック形式のコントローラ式を構成すると(20)、(21)式ようになる。

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) - L(y(t) - \bar{C}\hat{x}(t)) \quad (20)$$

$$u(t) = K\hat{x}(t) + Hy^{ref}(t) \quad (21)$$

(21)式を(20)式を代入し、 $A_k = A + BK + L\bar{C}$, $B_k = -L$, $C_k = K$ とすると出力フィードバック制御は最終的に(22)、(23)式のようになる。 ref は目標値を表す。

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_k \hat{x}(t) + B_k y(t) + BHy^{ref} \quad (22)$$

$$u(t) = C_k \hat{x}(t) + Hy^{ref}(t) \quad (23)$$

6 方位角及び旋回角速度の推定

オブザーバによる方位角及び旋回角速度の状態を推定するシミュレーションを Matlab 及び Simulink を用いて行った。その結果を図5～図9に示す。

シミュレーションは制御対象船及びオブザーバに使用する T , K の値を $T=20$ (s), $K=0.05$ (1/s)とした

(以降制御対象船は $T=20$ (s)、 $K=0.05$ (1/s) に固定している)。なお、シミュレーション開始の初期条件を針路偏差を 5.0° 、旋回角速度は 0.0 ($^\circ/\text{s}$) とし、針路偏差が 0.0° になるように状態フィードバック形式のコントローラ式を利用して自動操舵を行った。(以降に示すその他のシミュレーションでも同じ開始の初期条件、制御を行う。また、図中の actual は制御対象船のデータ、estimated はオブザーバによって推定されたデータである。)

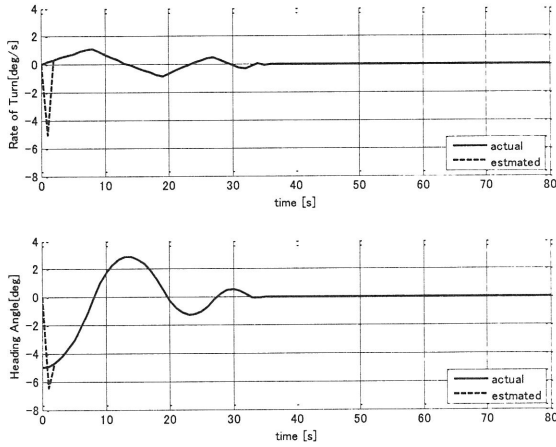


図5 状態推定結果(オブザーバの T 、 K が $T=20.0$ (s)、 $K=0.05$ (1/s)の場合)

図5に示すとおり制御開始時は制御対象船の方位角及び旋回角速度とオブザーバが推定した方位角及び旋回角速度に誤差が生じるが早い時期なくなり、方位角及び旋回角速度が良く推定できている。

図6と図7は制御対象船とオブザーバの T 、 K の値が異なる場合のシミュレーション結果である。図6ではオブザーバの T 、 K の値が $T=20.0$ (s)、 $K=0.1$ (1/s) で、図7はオブザーバの T 、 K の値が $T=7.0$ (s)、 $K=0.05$ (1/s) である。図に示すとおり T 、 K の値が異なるときは推定誤差が現れることが分かる。

図8、9はオブザーバによる推定誤差がある時、その推定誤差を少なくする有効な手段として舵角リミットを使用したものである。図8は図6、図9は図7のシミュレーションにおいて舵角リミットを 10° にした結果である。図に示すとおり針路偏差を 0° にするには時間が若干かかるが、推定誤差が少なくなっていることが分かる。

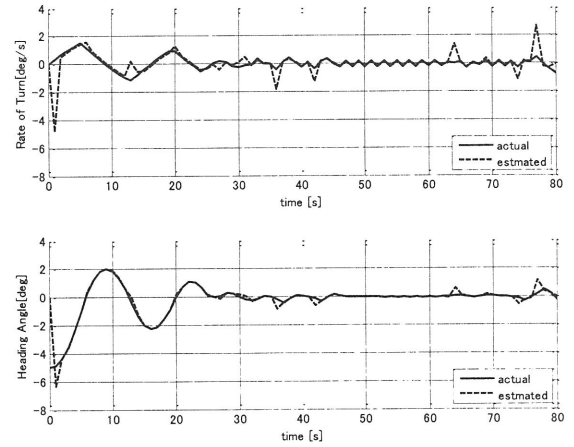


図6 状態推定結果(オブザーバの T 、 K が $T=20.0$ (s)、 $K=0.1$ (1/s)の場合)

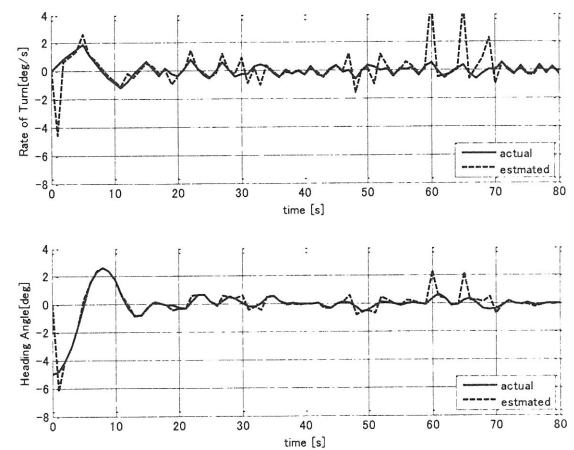


図7 状態推定結果 (オブザーバの T 、 K が $T=7.0$ (s)、 $K=0.05$ (1/s)の場合)

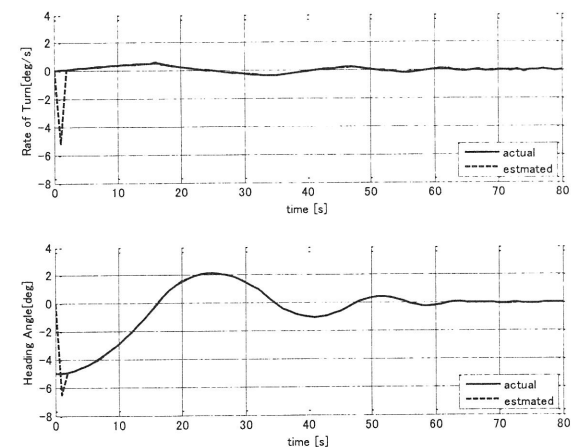


図8 状態推定結果 (オブザーバの T 、 K が $T=20.0$ (s)、 $K=1.0$ (1/s)、舵角リミット 10° の場合)

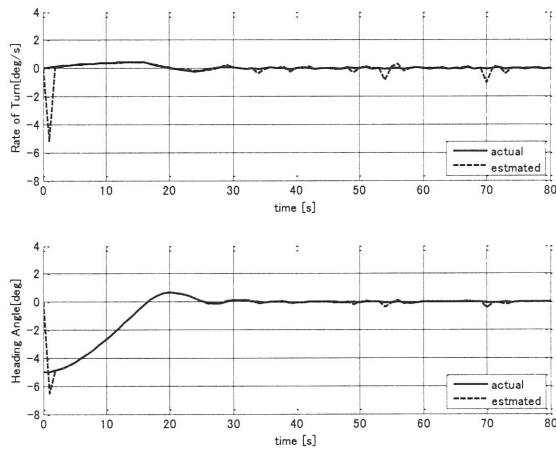


図9 状態推定結果 (オブザーバの T 、 K が $T=7.0(s)$ 、 $K=0.05(1/s)$ 、舵角リミット 10° の場合)

7 おわりに

本稿ではTKモデルを利用したオブザーバによる状態推定が可能であることを示した。また、制御においてモデルの違いによる推定誤差について示した。最後に、舵角にリミットを設定することで推定誤差を少なくすることができることを確認した。しかし、舵角リミットの最適値については求めることができなかったので引き続き検討が必要である。

参考文献

- 1) K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, 1997. 786-837.
- 2) 佐藤和也, 「はじめての現代制御理論」, 講談社, 2012.
- 3) 川田昌克, 「Matlab/Simulink による現代制御入門」, 森北出版, 2011, 115-139.
- 4) 高橋安人, 「システムと制御」, 岩波書店, 1978.
- 5) Thor I. Fossen, *Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*, Wiley, 2010, 229-294.
- 6) 野本謙作, 船の操縦性, 造船協会誌, 第 424 号, 1964, 794-808.
- 7) 松田真司, ARX モデルを用いるオートパイロットの定常偏差の除去方法, 船舶海洋工学会平成 23 年秋季講演論文集(CD-ROM), 2011.
- 8) 本田啓之輔, 「操船通論」, 成山堂書店, 2005, 24-37.
- 9) 大津皓平, 織田博行, 飯田隆, 船舶の運動制御システムの高度最適化への挑戦, 運動制御研究委員会第 13 回シンポジウム, 日本造船学会, 1997, 45-91.